

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CAO ĐẲNG NĂM 2013
MÔN TOÁN HỌC

Câu 1.

a.

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- Sự biến thiên

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} \leq 0 \quad \forall x \in D.$$

\Rightarrow Hàm số luôn nghịch biến với $\forall x \in D$.

- Cực trị: hàm số không có cực trị.

- Tiệm cận:

+ Tiệm cận đứng $x=1$.

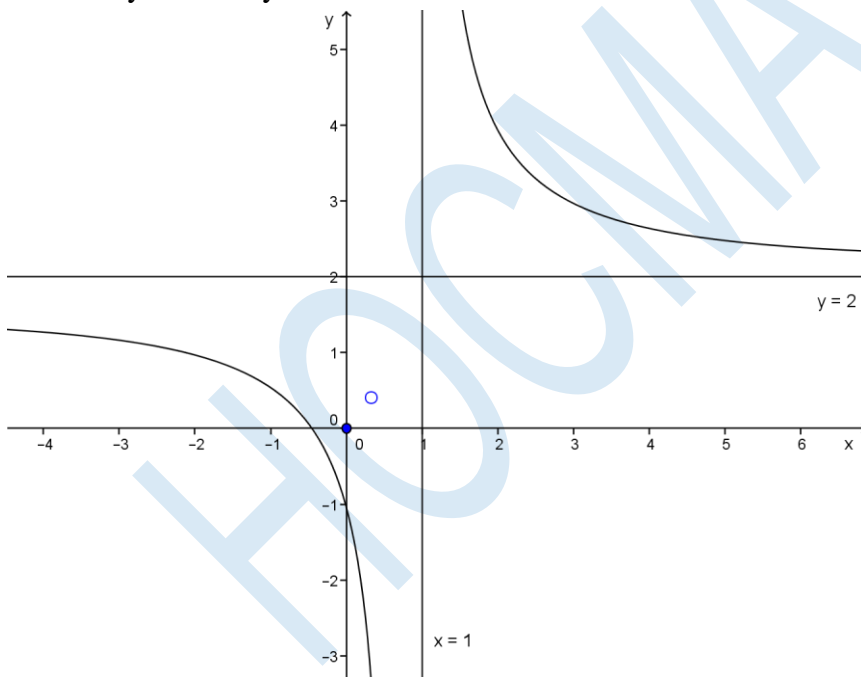
+ Tiệm cận ngang $y=2$.

- Bảng biến thiên

- Vẽ đồ thị:

+ Giao Ox: $y=0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

+ Giao Oy: $x=0 \Rightarrow y = -1$



b. M có tung độ bằng 5 suy ra $y = 5 \Leftrightarrow \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} = 5 \rightarrow x_0 = 2$

Vậy M (2; 5)

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M (2; 5) là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

$$= -3(x - 2) + 5$$

$$\Leftrightarrow y = -3x + 11 \quad (d)$$

$$A \text{ là giao của } \begin{cases} d \\ O_x \end{cases} \rightarrow A\left(\frac{11}{3}; 0\right)$$

$$B \text{ là giao } \begin{cases} d \\ O_y \end{cases} \rightarrow B(0; 11)$$

$$\text{Diện tích tam giác OAB: } S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{3} \cdot 11 = \frac{121}{6}$$

Câu 2.

$$\text{Giải phương trình: } \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(1 + 2 \cdot \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 1 + 2 \cdot \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k \cdot \pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

k thuộc \mathbb{Z}

$$\text{Câu 3. Giải hệ phương trình: } \begin{cases} xy - 3y + 1 = 0 & (1) \\ 4x - 10y + xy^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x = \frac{3y-1}{y} \quad (y \neq 0) \text{ thế vào phương trình (2)}$$

$$4 \cdot \frac{3y-1}{y} - 10y + \frac{3y-1}{y} \cdot y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12y - 4 - 10y^2 + 3y^3 - y^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3y^3 - 11y^2 + 12y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{3}{2} \\ y = 1 \rightarrow x = 2 \\ y = 2 \rightarrow x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ có nghiệm } (x; y) = (2; 1); \left(\frac{5}{2}; 2\right); \left(\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right)$$

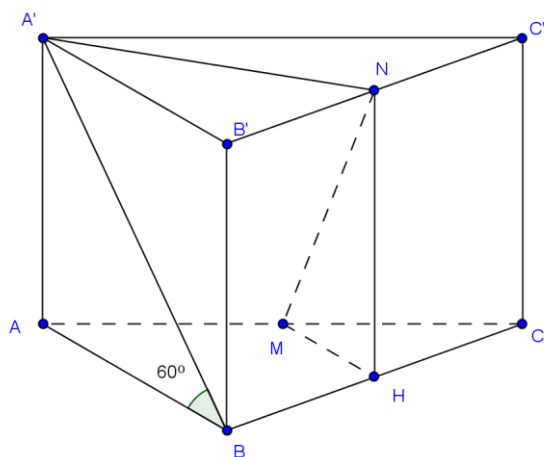
$$\text{Câu 4. Tính tích phân } I = \int_1^5 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x-1}}$$

$$\text{Đặt } \sqrt{2x-1} = t \Leftrightarrow 2x-1 = t^2 \Leftrightarrow 2dx = 2tdt \Leftrightarrow dx = tdt$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=1 \\ x=5 \Rightarrow t=3 \end{cases} \Rightarrow I = \int_1^3 \frac{tdt}{1+t} = \int_1^3 \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt$$

$$= t \Big|_1^3 - \ln|t+1| \Big|_1^3 = 2 - \ln 2$$

Câu 5.



$ABCA'B'C'$ $AA' \perp (ABC)$

Lăng trụ đều nên

Xét trong tam giác vuông $A'AB$ vuông tại A:

$$\tan 60^\circ = \frac{AA'}{AB} \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3}{4} a^3$$

Thể tích của khối lăng trụ

$$* MH = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$$

$$* \text{Kẻ } NH \perp BC \Rightarrow HN = a\sqrt{3}$$

Xét ΔMHN vuông tại H

$$MN^2 = MH^2 + HN^2 = \left(a\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Câu 6:

$$(x-2-m) \sqrt{x-1} \leq m-4$$

$$\text{TXĐ: } x \geq 1$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x-1} = t \quad (t \geq 0) \Rightarrow x = t^2 + 1.$$

$$(t^2 - 1 - m) \cdot t \leq m - 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{t^3 - t + 4}{t + 1} \leq m.$$

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{t^3 - t + 4}{t + 1} \quad (t \geq 0)$$

$$f'(t) = \frac{2t^3 + 3t^2 - 5}{(t + 1)^2} = \frac{(t - 1)(2t^2 + 5t + 5)}{(t + 1)^2}$$

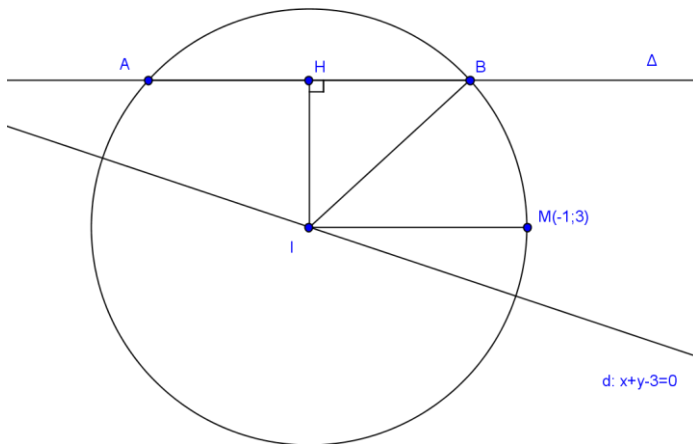
t	$-\infty$	0	1	$+\infty$
---	-----------	---	---	-----------

$f'(t)$	////////////////////	-	+
$f(t)$	//////////////////// ////////////////////	4	2 $\rightarrow +\infty$

Để bất phương trình $f(t) \leq m$ có nghiệm $\Leftrightarrow \min f(t) \leq m \Leftrightarrow 2 \leq m$.

Vậy với $m \geq 2$ thì bất phương trình có nghiệm.

Câu 7a.



* Tâm $I \in d \Rightarrow I(t; 3-t)$

* $IM = IB = R = \sqrt{(-1-t)^2 + t^2} = \sqrt{2t^2 + 2t + 1}$

* $HB = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

* $d(I; \Delta) = \frac{|t - (3-t) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2t-1|}{\sqrt{2}}$

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác vuông IHB có:

$IB^2 = IH^2 + HB^2$

$\Leftrightarrow 2t^2 + 2t + 1 = \frac{(2t-1)^2}{2} + \frac{9}{2}$

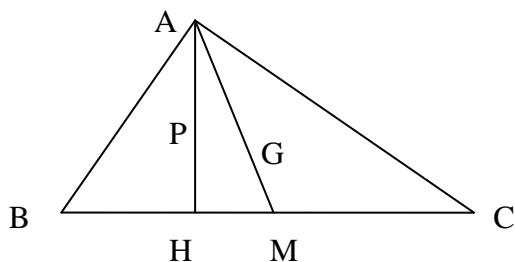
$\Leftrightarrow 8t = 8 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow I(1; 2); R = \sqrt{5}$

Vậy phương trình đường tròn là:

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$

Câu 7b.



Gọi M là trung điểm của BC, H là chân đường cao kẻ từ A.

$$\text{Ta có } \overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AM}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{10}{3}; \frac{-5}{3}\right) = \frac{2}{3}(x_M + 3; y_M - 2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}(x_M + 3) = \frac{10}{3} \\ \frac{2}{3}(y_M + 3) = \frac{-5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(2; -\frac{1}{2}\right)$$

Phương trình BC đi qua $M\left(2; -\frac{1}{2}\right)$ và vuông góc với $\overline{AH}(1; -2)$

$$1(x-2) - 2\left(y + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$$

$B \in BC \rightarrow B(2t+3; t)$; M là trung điểm của BC $\Rightarrow C(1-2t; 1-t)$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow (2t+6; t-2)(4-2t; 3-t) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2t+6)(4-2t) + (t-2)(3-t) = 0$$

$$\Leftrightarrow -5t^2 - 5t + 30 = 0$$

$$\begin{cases} t = -3 \rightarrow B(-3; -3); C(7; 2) \\ t = 2 \rightarrow B(7; 2); C(-3; -3) \end{cases}$$

Câu 8a.

Gọi $H(2t+1; -t-1; t+3)$ là một điểm thuộc đường thẳng d. Khi đó ta có vecto AH vuông góc với vecto chỉ phương của d.

Thật vậy ta có

$$\overline{AH} = (2t-3; -t; t). \text{ Suy ra}$$

$$2(2t-3) - 1 \cdot (-t) + t = 0. \text{ Suy ra } t=1$$

Vậy $H(3; -2; 4)$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d. Khi đó ta có H là trung điểm của AA' suy ra $A'(2; -3; 5)$

Vậy tọa độ điểm đối xứng của A qua d là $A'(2; -3; 5)$

Câu 8b.

Lập phương trình đường thẳng d đi qua $A(-1; 3; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có $\vec{n}_p(2; -5; 4)$

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 5t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

Tọa độ điểm I là giao của d và (P)

$$2(-1+2t) - 5(3-5t) + 4(2+4t) - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow 45t - 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow I(1; -2; 6)$$

$$R = IA = \sqrt{4 + 25 + 16} = \sqrt{45}$$

Phương trình mặt cầu tâm I, qua điểm A:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 45.$$

Câu 9a.

$$(3+2i).z+(2-i)^2=4+i$$

$$\Leftrightarrow (3+2i).z+4-4i-1=4+i$$

$$\Leftrightarrow (3+2i).z=1+5i$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{1+5i}{3+2i}=\frac{(1+5i).(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}=1+i$$

$$\Rightarrow \bar{z}=1-i$$

$$W=(1+z).\bar{z}=(1+1+i)(1-i)$$

$$W=3-i$$

Vậy phần thực của W là 3; phần ảo là -1.

Câu 9b. Giải PT: $z^2+(2-3i)z-1-3i=0$

$$\Delta=(2-3i)^2-4(-1-3i)$$

$$=-1=i^2 \rightarrow \sqrt{\Delta}=i$$

$$z_1=\frac{-2+3i-i}{2}=-1+i$$

$$z_2=\frac{-2+3i+i}{2}=-1+2i$$

Nguồn: Hocmai.vn